

## ارائه یک مدل فازی برای مدل سازی نفوذ آب در خاک

مرضیه خرمی، بیژن قهرمان<sup>1</sup> و کامران داوری

کандید دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه فردوسی مشهد؛ Khorami.ma@gmail.com

استاد گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد؛ bijangh@um.ac.ir

استاد گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد؛ K.davary@um.ac.ir

دریافت: 98/4/19 و پذیرش: 98/8/29

### چکیده

مدل سازی نفوذ آب در خاک غیر اشباع معمولاً بر اساس حل عددی معادله ریچاردز انجام می‌گیرد. پیچیدگی‌های موجود در حل عددی، در نظر نگرفتن عدم قطعیت پارامترها، و دشواری‌های کاربرد این شیوه در مدل‌سازی حرکت آب در خاک در مقیاس بزرگ (مزرعه‌ای و ناحیه‌ای) توجه پژوهشگران را به سایر روش‌ها جلب کرده است. در این پژوهش مدل فازی مبتنی بر قانون برای بررسی نفوذ آب در خاک غیر اشباع بدون کشت گیاهی ارائه شده است. قوانین مدل فازی با استفاده از مجموعه‌های آموزشی بزرگ به دست آمده از حل معادله ریچاردز با استفاده از مدل عددی Hydrus استخراج شد. تعداد 49 قانون فازی با توجه به 7 کلاس رطوبتی تعیین شده برای خاک، در مدل فازی عمل می‌کنند. مدل فازی مبتنی بر قانون تولید شده قادر به شبیه‌سازی شار (شدت جریان) در هر گام زمانی است و با استفاده از معادله پیوستگی مقدار رطوبت در کل خاک‌رخ در گام زمانی بعدی محاسبه می‌شود. نتایج آماری نشان از دقت بالای مدل در تخمین میزان شار در ستون خاک و مقدار رطوبت پیش‌بینی شده برای سه بافت خاک لوم، شن و سیلت در گام‌های مختلف زمانی دارد (میانگین  $3/84$  NRMSE درصد). این مدل فازی در جبهه پیشروی در خاک‌رخ از کمترین دقت برخوردار است و در ناحیه اشباع تطابق حداکثری را با نتایج حل عددی دارد. به دلیل تکراری بودن فرایند محاسبه رطوبت در هر گام زمانی ( $t$ ) و جایگزین کردن آن به عنوان رطوبت اولیه در گام زمانی  $t+\Delta t$  انجام موازنه جرمی باعث کنترل خطای تجمعی در مدل در گام‌های زمانی بزرگتر شد.

واژه‌های کلیدی: خاک غیر اشباع، معادله ریچاردز، مدل هایدروس

<sup>1</sup> نویسنده مسئول، آدرس: مشهد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده کشاورزی، گروه مهندسی آب.

## مقدمه

می‌شود. روش‌های متعددی برای تشریح حرکت آب در خاک غیر اشباع گسترش یافته است، اما با توجه به موارد ذکر شده در ارتباط با عدم قطعیت موجود در پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک، پیچیدگی‌های موجود در حل عددی و مشکلات کاربرد این شیوه در مدل‌سازی حرکت آب در خاک در حوضه‌های بزرگ، توجه پژوهشگران به سایر نگرش‌های دیگر جلب شده است. بنابراین ارائه روشی که بتواند حرکت آب در خاک را به شیوه‌ای کارآمدتر و آسان‌تر شرح دهد و عدم قطعیت موجود در پارامترها را به عنوان یک مولفه لاینفک بپذیرد ضروری به نظر می‌رسد.

منطق فازی در مقایسه با منطق کلاسیک، ابزاری توانمند جهت حل مسایل مربوط به سیستم‌های پیچیده‌ای است که درک آن‌ها مشکل می‌باشد. سیستم‌های فازی را می‌توان به خوبی برای مدل سازی عدم قطعیت در پدیده‌های موجود در جهان به کاربرد (اوزکان و تورکسن، 2014). روابط فازی به دلیل قاعده بنیاد بودن بسیار شفاف بوده و قابل بسط دادن به دیگر جنبه‌های حرکت آب در خاک می‌باشد (کوره‌پزان، 1386).

تئوری فازی به وسیله پروفیسور زاده (1965) معرفی گردید. اولین گام‌ها در کاربرد تئوری‌های فازی در حرکت آب در خاک توسط باردوسی و دیس برداشته شد (1993). این پژوهشگران مدل قاعده بنیاد فازی برای حرکت یک بعدی آب در خاک را ارائه کردند. در این پژوهش از دو معادله نفوذ گرین امپت و یک بعدی ریچاردز برای ساخت شبکه آموزشی استفاده شد و با انجام برخی ساده سازی‌ها و حذف اثر تعدادی از پارامترهای موجود در معادلات ذکر شده، قواعد فازی برای حرکت عمودی آب در خاک نوشته شد. به منظور ساده سازی و امکان گسترش استفاده از قواعد از مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع ( $K_s$ ) و درصد رطوبت اشباع ( $\theta_s$ ) فرضی بزرگ در ساخت مجموعه آموزشی استفاده شده است. مقایسه نتایج استخراج شده از مدل‌های فازی با نتایج بدست آمده از اندازه‌گیری‌ها نشان از کارایی نسبتاً خوب مدل در شرایط آزمایش شده داشت. قواعد استخراج شده بر اساس معادله ریچاردز، از دقت بالاتری نسبت به معادله گرین امپت برخوردار بود. باردوسی و همکاران (1995) مدل فازی بر پایه معادله ریچاردز را بهبود بخشیدند. در پژوهش مذکور از معادله کلی حاکم بر جریان آب در خاک، معادله ریچاردز به منظور شبیه سازی فرآیند نفوذ استفاده شد و پارامترهای موثر درصد رطوبت اشباع و هدایت هیدرولیکی اشباع واقعی خاک نیز به پارامترهای تأثیرگذار در مدل فازی اضافه شد. نتایج

نگرانی‌های زیست محیطی، دغدغه کاهش منابع آب زیرزمینی و عدم اطمینان از میزان ذخایر آبی باعث توجه بیش از پیش پژوهشگران و محققان به مسئله نفوذ و حرکت آب در خاک به خصوص حرکت آب در خاک‌های غیر اشباع شده است. در بررسی حرکت آب در خاک، بسته به شرایط مرزی اعمال شده از بالادست و زمان سپری شده از شروع فرآیند نفوذ و نیز عمق خاک‌رخ، جریان به صورت اشباع یا غیر اشباع پیش خواهد رفت. تعداد زیادی مدل‌های تجربی وجود دارند که می‌توانند نفوذ را به طور قابل قبولی تخمین بزنند (کاستیاکوف (1932)، فیلیپس (1969)، گرین-امپت (1911)، هورتون (1940) و هولتون (1961)، اما تعداد محدودی مدل تجربی برای شبیه سازی نفوذ در جریان غیر اشباع وجود دارد. گرین-امپت (GA) مدل نفوذ خود را بر حسب نفوذ جمعی و هولتون به صورت سرعت نفوذ ارائه کردند. مدل GA برای تخمین محل جبهه پیش‌روی، مدل مناسبی است (چن و همکاران، 2019). سادگی نسبی این مدل و پارامترهایی با مفهوم فیزیکی، این مدل را بسیار مشهور کرده است. مشکل اصلی موجود در این مدل طبیعت غیر خطی هدایت هیدرولیکی و مکش به عنوان تابعی از مقدار رطوبت خاک و یا مکش آب خاک است که واسنجی این مدل را دشوار می‌کند.

معادله ریچاردز (1931) متداول‌ترین معادله برای پیش‌بینی حرکت آب در خاک غیر اشباع است و با استفاده از معادله دیفرانسیل جزئی ( $PDE^1$ ) حرکت غیر یکنواخت آب در محیط غیر همروند در شرایط چند بعدی خاک را شبیه‌سازی می‌کند. برای مدل سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع، باید معادله PDE با استفاده از الگوریتم مناسب و در نظر گرفتن شرایط مرزی و اولیه حل گردد. مدل‌ها به دو گروه اصلی حل تحلیلی و حل عددی تقسیم می‌شوند، حل‌های تحلیلی معادله ریچاردز معمولاً بسیار دشوار حاصل می‌شوند، به دلیل این که ضرایب معادله ریچاردز خود تابعی از متغیرهای وابسته هستند. از این رو تمرکز اصلی پژوهشگران بر حل عددی معادله ریچاردز است زیرا حل عددی قادر به پاسخ‌گویی مسائل با پیچیدگی بالا می‌باشد.

با این وجود، با توجه به ناهمگنی و عدم قطعیت در برآورد پارامترهای مورد نیاز، حل عددی تنها برآوردی تخمینی از واقعیت است. اندازه‌گیری‌های میدانی نیز مملو از خطا بوده و باعث ایجاد عدم قطعیت در حل عددی

<sup>1</sup> Partial Differential Equation

و  $\theta_s$  استفاده شده است تا نتایج خروجی کاربردی تر باشند. علاوه بر این برای سه کلاس بافت خاک متفاوت قواعد فازی وضع شده است تا مدل فازی بتواند در صورت تغییرات شدید پارامترهای هیدرولیکی خاک، مقادیر رطوبت و شدت جریان را به درستی تخمین بزند که پژوهشهای پیشین در این مورد دچار کاستی هستند و در شرایط تغییر پارامترهای هیدرولیکی خاک قادر به شبیه سازی فازی نخواهند بود.

### مواد و روش‌ها

در این پژوهش روش قاعده بنیاد فازی برای شبیه سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع با در نظر گرفتن فرایند نفوذ برای بافت‌های مختلف خاک ارائه شد و برای رسیدن به این هدف سه فاز کلی برای انجام پژوهش تعریف گردید. فاز اول تولید داده، فاز دوم تولید مدل فازی و فاز سوم صحت سنجی مدل پیشنهادی به شرح زیر می‌باشد.

#### فاز اول: تولید داده‌های آموزشی (training set)

استخراج قواعد و ساخت مدل فازی به دو شیوه متداول انجام می‌گیرد؛ در مسائلی با پیچیدگی کم، با توجه به نظر کارشناس خبره می‌توان قواعد فازی را استخراج کرد. اما با افزایش پیچیدگی یا افزایش تعداد پارامترهای موثر، این شیوه امکان پذیر نخواهد بود و باید از مجموعه‌های آموزشی بهره جست. فرایند حرکت آب در خاک جزء مسائل با پیچیدگی بالا می‌باشد و از این رو برای استخراج قواعد فازی باید از روش دوم استفاده شود. ابتدا باید مدل عددی مناسب انتخاب گردد. سپس با اجرا مدل مورد نظر به دفعات، داده‌های مورد نظر برای مجموعه‌های آموزشی تولید خواهد شد. در این پژوهش از معادله ریچاردز (1931) استفاده شده است که در حالت جریان یک بعدی عمودی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (1)$$

که در آن  $\theta$  درصد رطوبت حجمی خاک،  $h$  مکش آب خاک،  $K$  هدایت هیدرولیکی غیر اشباع خاک،  $t$  زمان و  $z$  عمق خاک (مثبت در جهت بالا) می‌باشد. مشخصات هیدرولیکی خاک با استفاده از مدل ون گنوختن-معلم (1980) تعریف شده است:

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha h|^n)^m} & h < 0 \\ \theta_s & h > 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$K(h) = K_s Se^1 \left[ 1 - (1 - Se^{\frac{1}{m}})^m \right]^2 \quad (3)$$

$$Se = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, \quad m = 1 - 1/n \quad (4)$$

شبیه‌سازی‌های رطوبت خاک با استفاده از قواعد فازی در مقایسه با حل عددی معادله ریچاردز رضایت بخش به نظر می‌رسید. در این تحقیق فرض شد که تغییرات رطوبت اشباع و هدایت هیدرولیکی اشباع خاک به اندازه‌ای است که در یک کلاس بافت خاک قرار می‌گیرد و از این رو تنها از یک سری قواعد فازی برای پیش بینی جریان آب در آن استفاده شد. فرض تغییرات خطی خصوصیات هیدرولیکی خاک، تا حدودی دور از واقعیت است و در بسیاری از شرایط در طبیعت تغییرات در هدایت هیدرولیکی خاک شدید و تغییرات در خاکرخ شامل تغییر کلاس بافت خواهد بود. بنابراین مدل فازی ارائه شده توسط باردوسی و همکاران (1995) توانایی شبیه سازی حرکت آب در شرایط تغییرات شدید هدایت هیدرولیکی و رطوبت اشباع خاک را ندارد.

در بررسی حرکت آب در خاک از رویکرد فازی به شیوه‌های دیگری نیز استفاده شده است (شولز و هو 1997، شولز و هو 1999، ورما و همکاران 2009 و خرمی و قهرمان 1396). در این پژوهش‌ها محققین از قوانین مجموعه‌های فازی استفاده کرده و با تبدیل پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک (شامل پارامترهای معادله ون گنوختن و یا شرایط اولیه و مرزی) به اعداد فازی و استفاده از قوانین مربوط به برش‌های  $\alpha$ ، معادله ریچاردز را برای سطوح دلخواه عدم قطعیت پارامترهای ذکر شده اجرا می‌کنند. نتایج این پژوهش‌ها نشان از همبستگی زیادی بین عدم قطعیت در پارامترهای ورودی (پارامترهای هیدرولیکی خاک) و عدم قطعیت در برآورد شدت جریان آب در خاک دارد و تئوری فازی ابزاری مناسب جهت توصیف عدم قطعیت در پارامترهای خاک معرفی شده است. در این رویکرد محققین از قواعد مربوطه به مجموعه‌ها و اعداد فازی استفاده کرده و نتیجه شبیه‌سازی حرکت آب در خاک نهایتاً از حل عددی معادله ریچاردز به دست می‌آید.

بنابراین هدف ما در این پژوهش ارائه روابط قاعده بنیاد فازی به منظور گسترش در حوزه حرکت آب در خاک است تا بتوان با توجه به امکان تغییر در درجه عضویت و تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی موثر عدم قطعیت در پیش‌بینی حرکت آب در خاک را نیز در نظر گرفت. رویکرد کلی، ارائه مدل فازی شامل قواعد و دستورات فازی برای نفوذ آب در خاک غیر اشباع است که بتواند در هر گام مکانی و زمانی دلخواه مقدار رطوبت و شار در خاک را با استفاده از قواعد وضع شده شبیه‌سازی کند. برای ساخت شبکه آموزشی بر خلاف پژوهش‌های پیشین (باردوسی و همکاران، 1993 . 1995) از مقادیر واقعی  $K_s$

### تعیین توابع عضویت فازی

برای تعیین توابع عضویت، ابتدا باید تکیه‌گاه مناسب برای عدد فازی مورد نظر  $\theta_{i,k}$  (مقدار رطوبت اولیه بی‌بعد در هر لایه که در آن  $i$  تعداد کل خوشه‌های تعیین شده و  $k$  تعداد کلاس بافت مورد بررسی (3 کلاس بافت خاک) است) تعیین گردد. بازه  $(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+)$  را به عنوان تکیه‌گاه مجموعه  $\theta_{i,k}$  در نظر می‌گیریم به طوری که حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای عدد فازی مورد نظر است. بنابراین تابع عضویت فازی  $\theta_{i,k}$  مثلی به این صورت تعریف می‌شود:

$$(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+, \alpha_{i,k}^+)T \quad (5)$$

که در آن  $\alpha_{i,k}^+$  متوسط مقادیر محتمل  $\theta_{i,k}(s)$  است. مفهوم تکیه‌گاه مجموعه فازی نقش اساسی در قواعد ایفا می‌کند و برای تعیین صحیح آن شناخت از سیستم پویای آب در خاک ضروری است. اعداد فازی مربوط به رطوبت بی‌بعد، بر اساس بررسی‌های انجام شده، با در نظر گرفتن همپوشانی به صورت 7 کلاس رطوبتی در نظر گرفته شد.

### استخراج قواعد فازی

قوانین فازی با تعریف تکیه‌گاه مجموعه فازی برای عدد فازی  $\theta_{i,k}$  به عنوان ورودی مدل و تعیین اثر متقابل آن در میزان شار با بهره جستن از مجموعه‌های آموزشی وضع خواهد شد. فرض اساسی این است که بتوان مقدار شار از لایه‌های مجاور  $i$  به  $i+1$  را با توجه به ثابت بودن دیگر پارامترها تنها از روی اختلاف رطوبت بی‌بعد بین این دو سلول شبیه‌سازی کرد. بنابراین با توجه به داشتن شبکه آموزشی و تعریف اعداد فازی رطوبت می‌توان اعداد فازی شار را استخراج کرد.

اگر  $T$  را مجموعه‌های آموزشی تولید شده در فاز یک در نظر بگیریم:

$$T = \{ [\theta_1(s), \theta_2(s), \dots, \theta_i(s)], f(s) \} \quad (6)$$

که در آن  $i$  تعداد کل خوشه‌های تعیین شده برای رطوبت اولیه بی‌بعد،  $\theta_i$  پارامتر موثر ورودی مدل (رطوبت بی‌بعد سلول  $i$ )،  $f(s)$  خروجی مدل حل عددی (شار بین دو سلول دو به دو مجاور) و  $S$  تعداد کل مجموعه‌های آموزشی و در واقع تعداد کل شرایط رطوبت اولیه است که برای بافت خاک مشخص در نظر گرفته شده است.

با تعیین توابع عضویت فازی و انجام فرآیند مربوط به بخش دوم در فاز دوم، پارامترهای مجموعه آموزشی به صورت فازی تبدیل خواهند شد:

$$R_i = \{ [\tilde{\theta}_1(s), \tilde{\theta}_2(s), \dots, \tilde{\theta}_i(s), \tilde{f}(s)] \} \quad (7)$$

که در آن  $S_s$  اشباع نسبی،  $\theta_s$  رطوبت حجمی اشباع خاک،  $\theta_r$  رطوبت باقیمانده،  $K_s$  هدایت آبی اشباع و  $n$  و  $\alpha$  پارامترهای تجربی می‌باشند. مدل Hydrus یک مدل پیشرفته در ارتباط با حرکت آب، املاح و گرما در خاک می‌باشد که توسط سیمونک و همکاران در آزمایشگاه شوری خاک آمریکا ارائه شده است (سیمونک و همکاران، 2006). در این پژوهش برای حل معادله ریچاردز از این مدل کامپیوتری استفاده شده است. پارامترهای هیدرولیکی خاک از مدل Rosetta که در داخل پکیج مدل هایدروس وجود دارد برآورد شد.

به منظور تولید داده برای مجموعه‌های آموزشی، معادله ریچاردز برای گستره وسیعی از شرایط اولیه و مرزی حل شد. برای توزیع رطوبت اولیه، حالت‌های مختلف در کل خاک رخ در نظر گرفته شد. برای شرط مرزی بالایی، از نفوذ ثابت از سطح خاک در کل زمان شبیه‌سازی استفاده شد. مدل برای مقادیر بزرگ جریان از سطح خاک اجرا شد.

در مدل فازی، مدنظر است که شار آب در خاک برای هر بافت خاک شبیه‌سازی شود، بنابراین شبکه آموزشی برای هر بافت خاک تولید شد و متناظر با آن مجموعه دستورات مجزا خواهد بود. شبیه‌سازی شار در خاک برای خاک‌رخ 0 تا 100 سانتی‌متری و با گام مکانی 1 سانتیمتر انجام گرفت. شرایط مرزی در انتهای ستون خاک به صورت زهکشی آزاد در نظر گرفته شد. در نهایت شبکه آموزشی شامل رطوبت‌های بی‌بعد (درصد رطوبت حجمی تقسیم بر درصد رطوبت اشباع خاک  $(\theta^*)$ ) و مقدار شار بین دو سلول مجاور خاک به دست خواهد آمد.

### فاز دوم: تهیه مدل فازی

کاربرد این شیوه نیازمند وضع قوانین فازی است. برای رسیدن به این هدف باید ابتدا متغیرهای ورودی (رطوبت بی‌بعد در هر سلول خاک) خوشه بندی شده، سپس توابع عضویت تعیین شده و پس از استخراج قواعد، مدل فازی اجرا گردد.

### خوشه بندی متغیرهای ورودی

در این مرحله مجموعه‌های آموزشی بر اساس تغییرات در رطوبت اولیه خاک دسته بندی شده و برای هر دسته عدد فازی مشخص تعریف می‌شود. تعداد دسته‌ها و بازه تغییرات در هر خوشه با توجه به تحلیل داده‌ها و مقدار کل تغییرات و همچنین تاثیر متقابل آن بر مقدار شار صورت خواهد گرفت. رطوبت لایه‌های خاک به صورت رطوبت بی‌بعد  $(\theta_s^0)$  در نظر گرفته شد تا مقدار رطوبت اشباع که پارامتر متاثر از بافت و خصوصیات خاک است به طور ضمنی در مدل فازی گنجانده شود.

که در آن  $D_k$  درجه عضویت برای قانون  $k$  ام و  $q_k$  شار بدست آمده از قانون  $k$  ام است.  $D_k$  نیز برای هر قانون از درجه عضویت رطوبت بی بعد لایه  $i$  و  $i+1$  از روش ممدانی محاسبه می‌شود.

با داشتن شار بین دو لایه و به کمک معادله پیوستگی مقدار رطوبت هر دو لایه برای گام زمانی بعدی محاسبه می‌شود.

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = -\frac{\Delta q}{\Delta z} \quad (10)$$

مراحل فوق به صورت تکراری انجام می‌شود به طوری که رطوبت خاک در اتمام هر گام زمانی، رطوبت اولیه‌ی گام زمانی بعد خواهد بود. به منظور پیشگیری از خطای تجمعی ناشی از فرایند تکرار، در مدل نیاز به انجام موازنه جرمی می‌باشد.

#### موازنه جرمی (mass balance)

همان طور که در بخش قبل گفته شد، مقدار رطوبت در هر سلول در گام زمانی  $t+\Delta t$  با استفاده از معادله پیوستگی و شار بدست آمده از قواعد فازی محاسبه شد و رطوبت محاسبه شده در همان گام زمانی به عنوان رطوبت اولیه برای گام زمانی بعد جایگزین می‌شود و این فرایند تکراری تا هر زمان دلخواه ادامه خواهد یافت. بنابراین چنانچه این فرایند بدون در نظر گرفتن موازنه جرمی انجام گیرد مقدار خطای در هر گام زمانی به صورت تجمعی افزایش پیدا خواهد کرد و در گام‌های زمانی بالا اختلاف پیش‌بینی مدل فازی و عددی به صورت چشم‌گیری زیاد خواهد شد. موازنه جرمی هر یک دقیقه برای کل خاکرخ انجام شد. به این صورت که در حد فاصل دو گام زمانی (یک دقیقه) مقدار شار کلی ورودی به خاک مشخص است، اختلاف ذخیره رطوبتی در بازه زمانی ذکر شده نیز در کل خاکرخ محاسبه می‌شود. بر اساس موازنه جرمی، مقادیر محاسبه شده باید با هم برابر باشد. مقدار اختلاف بین این دو مقدار به بخش پیشروی آب در خاک اضافه می‌گردد و مقدار رطوبت اصلاح شده در خاک به صورت خودکار جایگزین رطوبت در گام زمانی  $t+\Delta t$  خواهد شد. این فرایند در کل زمان شبیه سازی انجام خواهد شد. فرآیندهای فوق در نرم افزار متلب و با استفاده از یک کد مجزا انجام گرفت.

#### فاز سوم: صحت سنجی مدل فازی

پس از استخراج مدل فازی و اجرای آن باید از دقت نتایج مدل آگاهی پیدا کرد. دقت خروجی مدل ریچاردز با نتایج اندازه گیری به دفعات مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج قابل قبولی به ثبت رسیده است (فارتینگ و اوگدن، 2017). بنابراین نتایج بدست آمده از مدل فازی

که  $R_i$  مجموعه آموزشی فازی،  $\theta_i$  رطوبت بی بعد فازی و  $f(s)$  شار به صورت فازی خواهد بود. (مجموعه آموزشی شامل 90000 سلول داده بود).

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta_{i,k}^1 = 1/N_i (\sum_{R_i} \theta_k(s)) \quad (8)$$

که در آن  $N_i$  تعداد پارامترهای مؤثر در مجموعه فازی  $R_i$  است. در محیط فازی پاسخ متناظر شار نیز عدد فازی مثالی بوده  $(f_i, f_i^1, f_i^+)$  که در آن حداقل پاسخ ممکن برای  $R_i$   $(\min_{R_i} f(s))$ ،  $\beta_i^1$  متوسط پاسخ‌های متناظر با  $R_i$  (یعنی  $(1/N_i)(\sum_{R_i} f(s))$ ) و  $\beta_i^+$  حداکثر پاسخ ممکن برای  $R_i$  (یعنی  $(\max_{R_i} b(s))$ ) می‌باشد.

توابع عضویت به دست آمده از قواعد فازی، از خروجی معادلات بالا برای هر بافت خاک بدست خواهد آمد.

قوانین تا حدودی همپوشانی دارند، به طوری که در یک شرایط رطوبتی چندین قانون به طور همزمان با درجه عضویت‌های مختلف تاثیرگذار خواهند بود. پاسخ‌ها تنها متأثر از رطوبت بی بعد بین دو لایه خواهد بود و اثر دیگر پارامترها در بخش آموزش قوانین فازی در درون ساختار مدل قرار گرفته است، در واقع تفاوت بین قوانین فازی برای خاک‌ها با بافت مختلف تحت تأثیر پارامترهای هیدرولیکی خاک می‌باشد. بنابراین مدل فازی به این صورت اجرا خواهد شد: با توجه به پارامترهای هیدرولیکی خاک، بافت خاک تشخیص داده شده، مدل وارد دسته قوانین مورد نظر شده و مقدار شار بین سلول‌های خاک با توجه به شرایط رطوبتی خاک برآورد خواهد شد. با توجه به 7 کلاس رطوبتی خاک (نزدیک به خشک، خیلی کم، متوسط، زیاد، خیلی زیاد و نزدیک به اشباع)، از ترکیب شرایط رطوبتی 49 قانون ممکن بدست خواهد آمد. به عنوان مثال قوانین وضع شده فازی به صورت زبانی به این شکل خواهد بود:

"اگر مقدار رطوبت بی بعد در لایه  $i$  زیاد و در لایه  $i+1$  خیلی کم باشد، آنگاه شار از لایه  $i$  به لایه  $i+1$  خیلی زیاد خواهد بود."

#### اجرای مدل فازی

پس از استخراج قواعد فازی، مدل فازی اجرا می‌شود. از مقادیر رطوبت بی بعد برای هر دو لایه مجاور برای محاسبه مقدار شار و درجه عضویت آن در هر قانون استفاده خواهد شد. با ترکیب شارهای مختلف که از قوانین حاکم و درجه عضویت آنها بدست می‌آید، مقدار شار نهایی بین دو لایه بدست خواهد آمد. شار بین دو لایه  $i$  و  $i+1$  از رابطه زیر محاسبه شد:

$$Q_{i,i+1} = \frac{\sum_k D_k * q_k}{\sum_k D_k} \quad (9)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|O_i - P_i|) \quad (13)$$

$$ME = \text{MAX}(|O_i - P_i|)_{i=1}^n \quad (14)$$

که در این معادلات،  $O_i$  مقدار مشاهده شده (خروجی حل عددی)،  $P_i$  مقدار پیش بینی شده (خروجی مدل فازی)، متوسط مقدار مشاهدات و  $n$  تعداد داده‌های به کار رفته می‌باشند.  $NRMSE$  به صورت اختلاف نسبی مقادیر پیش بینی شده در برابر مقادیر واقعی بیان می‌شود (وو و منسر، 2009) و با توجه به رابطه 12 بی‌بعد می‌باشد. بر اساس تعریف، قدرت پیش بینی مدل در صورتی که مقدار  $NRMSE$  کمتر از 10 باشد، عالی، بین 10 تا 20 باشد، خوب، بین 20 تا 30 باشد، متوسط و اگر بالاتر از 30 باشد ضعیف برآورد می‌شود (رینالدی و همکاران، 2003). مقادیر به دست آمده از  $MAE$  میانگین خطای شبیه‌سازی در مدل فازی را در مقایسه با حل عددی نشان می‌دهد و برای مشخص شدن حداکثر اختلاف بین این دو مدل معیار حداکثر خطا ( $ME$ ) نیز محاسبه شده است که در بهترین حالت مقدار صفر دارد.

### نتایج

از بین روش‌های غیر فازی ساز (روش مرکز سطح، روش اولین ماکزیمم، روش آخرین ماکزیمم و روش میانه ماکزیمم‌ها)، نتایج پارامترهای آماری (جدول 1) نشان داد که روش اولین ماکزیمم بیشترین تشابه را به خروجی حل عددی دارد، بنابراین این روش در مدل به کار گرفته شد.

را با نتایج حل عددی معادله ریچاردز مقایسه می‌کنیم. هدف از این مقایسه، بررسی میزان اختلاف دو مدل به عنوان معیار خشک (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها) است. فرض بر این است که مقدار خطا در برآورد مدل فازی در محدوده قابل قبول باشد، به این صورت که مدل عددی به عنوان مرجع مقایسه در نظر گرفته می‌شود. اما نکته قابل توجه این است که نتایج خروجی معادله ریچاردز بر این اصل استوار است که مقادیر ورودی مدل به عنوان پارامترهای خاک اعدادی ثابت و مشخص بوده و تغییرپذیری و عدم قطعیت پارامترها در آن دیده نشده است. بنابراین در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها در بررسی دقت مدل فازی امری ضروری است. برای ارزیابی مدل فازی، 10 درصد از شبکه آموزشی تولید شده با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز که در تولید قواعد به کار برده نشد در ارزیابی مدل فازی به کار گرفته شد.

به منظور بررسی صحت برآورد مدل فازی از ملاک‌های آماری مجذور میانگین مربعات خطا  $RMSE$ ، میانگین مطلق خطا  $MAE$ ، حداکثر خطا  $ME$  و مجذور میانگین مربعات خطا نرمال شده  $NRMSE$  استفاده شد که در روابط 11 تا 14 ارائه شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}} \quad (11)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{(\max(O_i) - \min(O_i))} \quad (12)$$

جدول 1- ملاک‌های آماری برای روش‌های مختلف غیر فازی ساز برای شبیه سازی رطوبت

$NRMSE$	$RMSE(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$MAE(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$ME(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	روش غیر فازی ساز
7/518	0/015	0/009	0/18	روش مرکز سطح
3/137	0/0063	0/0006	0/086	روش اولین ماکزیمم
4/512	0/009	0/001	0/11	روش آخرین ماکزیمم
5/537	0/013	0/007	0/16	روش میانه ماکزیمم ها

### بررسی تطابق نتایج مدل فازی با مدل عددی

با داشتن شار بین دو لایه (خروجی مدل فازی) به کمک معادله پیوستگی مقدار رطوبت هر دو لایه برای گام زمانی بعدی (رابطه 10)، محاسبه شد. در این جا به منظور پیشگیری از بروز خطای تجمعی به علت تکراری بودن مراحل محاسبه رطوبت در هر گام زمانی، موازنه جرمی با فاصله زمانی 1 دقیقه انجام گرفت. پارامترهای

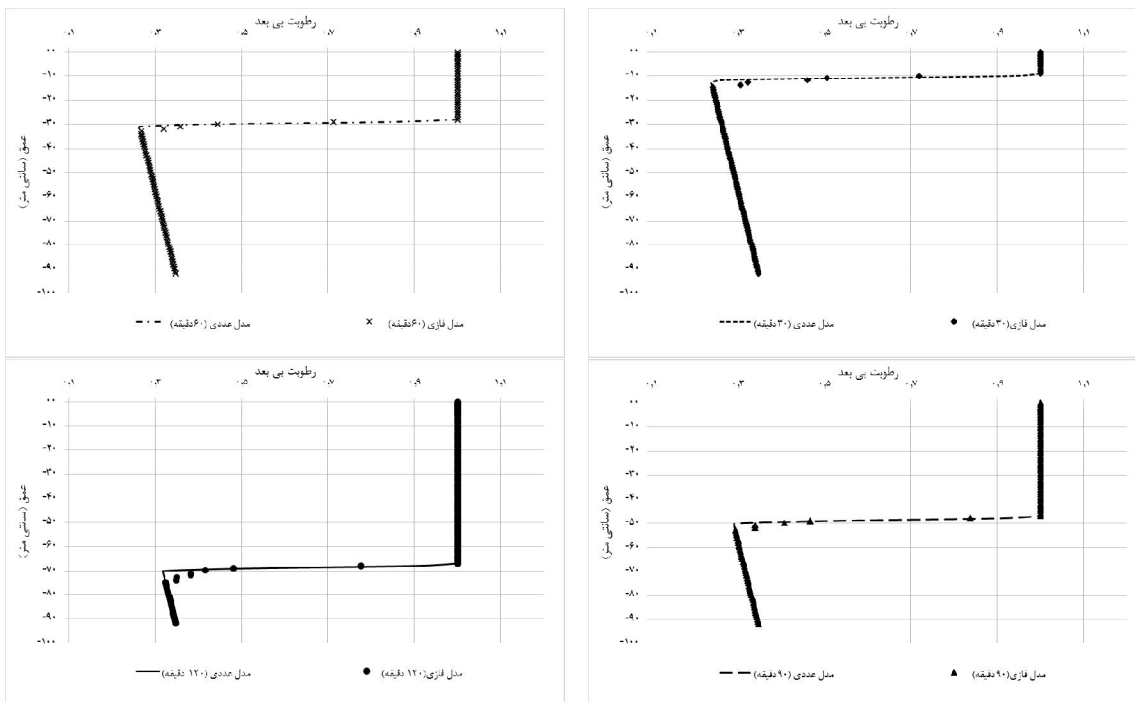
آماری برای بررسی میزان تطابق نتایج مدل فازی با مدل عددی برای سه بافت خاک متفاوت محاسبه شد (جدول 2). برای هر سه بافت خاک مورد بررسی، 10 درصد از شبکه آموزشی تولید شده در بخش استخراج قواعد مورد استفاده قرار نگرفته و در صحت سنجی مدل به کار گرفته شد.

جدول 2- ملاک‌های آماری برای مقایسه رطوبت‌های شبیه‌سازی شده از دو روش عددی و فازی

بافت خاک	ME(cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	MAE(cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	RMSE(cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	NRMSE
لوم	0/315	0/0003	0/0277	3/54
شن	0/472	0/0008	0/031	4/10
سیلت	0/039	0/0006	0/0291	3/88

عمق بخش‌های مختلف خاک شامل اشباع، جبهه رطوبتی و بخش رطوبت اولیه متفاوت خواهد بود. مقادیر شبیه‌سازی شده رطوبت بی‌بعد در ستون خاک، برای گام‌های زمانی مختلف در شکل 1 برای بافت خاک لوم را نشان می‌دهد.

نتایج ملاک‌های آماری (جدول 2) نشان می‌دهد که بر اساس NRMSE صحت شبیه‌سازی رطوبت بی‌بعد در خاک با مدل فازی در مقایسه با مدل عددی قابل قبول است. در محاسبه ملاک‌های صحت برآورد تمام داده‌های مربوط به عمق 0 تا 100 سانتی‌متری خاک موثر بوده و بسته به زمان بررسی و شرایط مرزی بالادست محل قرارگیری جبهه پیشروی متغیر خواهد بود و در اثر آن



شکل 1- مقادیر رطوبت بی‌بعد در ستون خاک برای حل عددی و مدل فازی در گام‌های زمانی مختلف برای خاک لوم

رطوبتی در فاز پیشروی است (خرمی و قهرمان، 1396). مدل فازی در تشخیص عمق جبهه رطوبتی نیز همخوانی قابل قبولی را با مدل عددی دارد. میزان تطابق نتایج در بخش جبهه پیشروی با گذشت زمان کاهش پیدا کرده است. که علت این امر را می‌توان در بخش نهایی مدل و استفاده از معادله پیوستگی برای تبدیل شار به رطوبت در گام زمانی بعدی جستجو کرد. مدل فازی در زمان اولیه اجرا دارای خطای جزئی می‌باشد (اختلاف بین منحنی خط چین و نقاط لوزی شکل در شکل 1 مربوط به زمان 30 دقیقه)، بنابراین با تکرار استفاده از معادله پیوستگی

همانطور که در شکل 1 مشخص است، نتایج مدل فازی و عددی در بخش اشباع خاک (در سمت راست شکل) کاملاً تطابق دارد اما نتایج در بخش فاز پیشروی (بخش میانی) با مدل عددی اختلاف پیدا می‌کند که نتیجه پژوهش خرمی و قهرمان (1396) نیز این مورد را تأیید می‌کند، در این پژوهش نشان داده شد که عدم قطعیت در شبیه‌سازی توزیع رطوبتی خاک در فاز اشباع کمترین و در فاز پیشروی بیشترین مقدار را به خود اختصاص می‌دهد که علت این امر بیشترین اثر عدم قطعیت ذاتی پارامترهای ورودی و نتیجه این عدم قطعیت در توزیع

دیگر بافت‌های خاک می‌دانند. پژوهش‌های تیلور و وینکرفت (1989) و آریا و همکاران (1999) نیز نتایج ضعیفی را برای خاک شن در مقایسه با دیگر بافت‌های خاک برای مقیاس سازی پارامترهای خاک گزارش کردند. با این وجود دامنه مقادیر گزارش شده NRMSE برای رطوبت در محدوده قابل قبول (زیر 10) قرار دارد و نشان از کارایی بالای مدل فازی است.

#### بررسی تأثیر بعد زمانی و مکانی بر کارایی مدل فازی

در طول نفوذ آب در خاک سه بخش رطوبتی مختلف وجود دارد؛ بخش اشباع، بخش جبهه پیشروی و بخش سوم که معادل رطوبت اولیه خاک است. بسته به زمان مورد بررسی و شدت جریان ورودی از سطح خاک گستره این سه بخش متفاوت خواهد بود. در بررسی شکل 1، مشخص می‌شود که مدل فازی در شبیه‌سازی رطوبت در بخش اول و سوم حداکثر کارایی را در مقایسه با مدل عددی دارد. برای بررسی میزان تطابق نتایج مدل فازی و عددی در بخش دوم خاکرخ و تأثیر آن در جمع بندی کارایی مدل و استخراج پارامترهای آماری، دقت مدل فازی به صورت جزئی‌تر مورد بررسی قرار گرفت.

به این منظور، داده‌های خروجی مربوط به شار آب از خروجی مدل فازی به 4 دسته مکانی (D1, D2, D3, D4) و زمانی (T1, T2, T3, T4) تقسیم گردید. یک تقسیم بندی ترکیبی هم از شرایط زمانی و مکانی (DT) انجام گرفت. جزئیات تقسیم بندی در جدول 2 نشان داده شده است.

بیشترین مقدار NRMSE برای سناریوهای چارک‌های مکانی، مربوط به چارک اول مکانی (D1) است. یعنی حداکثر اختلاف بین مقادیر پیش بینی مدل فازی و عددی در این بازه مکانی رخ داده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که با توجه به شار ورودی از سطح خاک و کل زمان مورد بررسی، این بخش از خاک بیشتر از دیگر قسمت‌ها تحت تأثیر تغییر شار و جبهه رطوبتی قرار گرفته است. از طرف دیگر، مقدار NRMSE در چارک چهارم مکانی (D4) حداقل مقدار را داشته است. بررسی داده‌ها نشان می‌دهد که این چارک مکانی کمترین تأثیر را در تغییرات رطوبت در طول زمان شبیه‌سازی داشته است. بنابراین می‌توان این طور نتیجه گرفت که دقت مدل در پیش‌بینی شرایط مربوط به جبهه رطوبتی از دیگر حالت‌ها کمتر می‌باشد.

مقادیر خطای جزئی به صورت افزایشی به نتایج مرحله بعد اضافه خواهد شد و افزایش میزان خطا در زمان 120 دقیقه را ایجاد خواهد کرد (منحنی خط ممتد و نقاط دایره‌ای شکل در شکل 1). باردوسی و همکاران (1995) نیز نشان دادند که مقدار شاخص MAE برای کل داده‌های خاکرخ با بافت لوم شنی و شن لومی با گذشت زمان تا 2 ساعت افزایش می‌یابد و سپس با افزایش زمان مقدار خطا کاهش پیدا می‌کند که علت افزایش مقدار خطا تا زمان 2 ساعت توسعه جبهه پیشروی به بخش بیشتری از خاکرخ و افزایش مقدار خطا در این بخش است و علت کاهش بعد از 2 ساعت این است که با توجه به فلاکس اعمال شده و عمق کل خاکرخ مورد بررسی، بخش بیشتری از خاک در فاز اشباع قرار می‌گیرد و میزان خطا در این بخش کمتر است که با نتایج این تحقیق همخوانی دارد. نتایج کلی در دو بافت خاک دیگر نیز به همین صورت بوده است. روند تغییرات در مورد پیش‌بینی شار در مراحل مختلف پیشروی در خاک برای دو بافت خاک شن و سیلت نیز مطابق خاک لوم بوده است، به این صورت که حداکثر اختلاف بین مقادیر پیش بینی مدل فازی و عددی در بخش پیشروی جریان رخ می‌دهد.

در بافت خاک شن مقادیر شبیه‌سازی فازی و عددی اختلاف بیشتری را نشان می‌دهند، علت این امر در تغییرات شدید رطوبتی در مرز جبهه رطوبتی برای خاک شن می‌باشد که این تغییرات ناگهانی مقادیر رطوبت در مجموعه آموزشی تولید شده در بخش 1-2، باعث تولید تعداد قواعد محدودتر به نسبت بافت‌های خاک دیگر و کاهش کارایی مدل فازی در این بافت خاک شده است. این رفتار متفاوت در بافت خاک شن پیش از این نیز در پژوهش‌های مشابه در فیزیک خاک مشاهده شده است، به طوری که صادقی و همکاران (2012b)، در ارائه حل پایدار از معادله ریچاردز در حرکت آب در خاک برای خاک‌های غیر متشابه، در بررسی خاک شن به این نتیجه رسیدند که انحراف در نتایج خاک شن در مقایسه با دیگر بافت‌های خاک ناشی از غلبه نیروی ثقل در فرآیند نفوذ برای این بافت خاک و افزایش شیب هیدرولیکی است. خوشنودیزدی و قهرمان (1383)، نیز بررسی روابط بافت خاک و پارامتر مقیاس بندی برای برآورد رطوبت خاک برای بافت‌های خاک مختلف به این نتیجه رسیدند که مقدار خطا در خاک شن زیادتر است که علت این امر را در تغییرات شدیدتر در دانه بندی خاک شن نسبت به



جدول 3- تقسیم بندی زمانی و مکانی داده‌ها برای بررسی صحت نتایج مدل فازی

علامت اختصاری	سناریوهای مورد بررسی
D1	تمامی داده‌های مربوط به چارک اول مکانی ( $D < 25\text{cm}$ )
D2	تمامی داده‌های مربوط به چارک دوم مکانی ( $25 < D < 50\text{cm}$ )
D3	تمامی داده‌های مربوط به چارک سوم مکانی ( $50 < D < 75\text{cm}$ )
D4	تمامی داده‌های مربوط به چارک چهارم مکانی ( $D > 75\text{cm}$ )
T1	تمامی داده‌های مربوط به چارک اول زمانی ( $T < 30\text{min}$ )
T2	تمامی داده‌های مربوط به چارک دوم زمانی ( $30 < T < 60\text{min}$ )
T3	تمامی داده‌های مربوط به چارک سوم زمانی ( $60 < T < 90\text{min}$ )
T4	تمامی داده‌های مربوط به چارک چهارم زمانی ( $T > 90\text{min}$ )
D1T1	تمامی داده‌های مربوط به نیمه اول مکانی و نیمه اول زمانی ( $T < 60\text{min} \& D < 50\text{cm}$ )
D1T2	تمامی داده‌های مربوط به نیمه اول مکانی و نیمه دوم زمانی ( $T > 60\text{min} \& D < 50\text{cm}$ )
D2T1	تمامی داده‌های مربوط به نیمه دوم مکانی و نیمه اول زمانی ( $T < 60\text{min} \& D > 50\text{cm}$ )
D2T2	تمامی داده‌های مربوط به نیمه دوم مکانی و نیمه دوم زمانی ( $T > 60\text{min} \& D > 50\text{cm}$ )

پس از تقسیم بندی ذکر شده تحلیل‌های آماری برای هر سناریو انجام گرفت و نتایج به صورت خلاصه در جدول 4 ارائه شد.

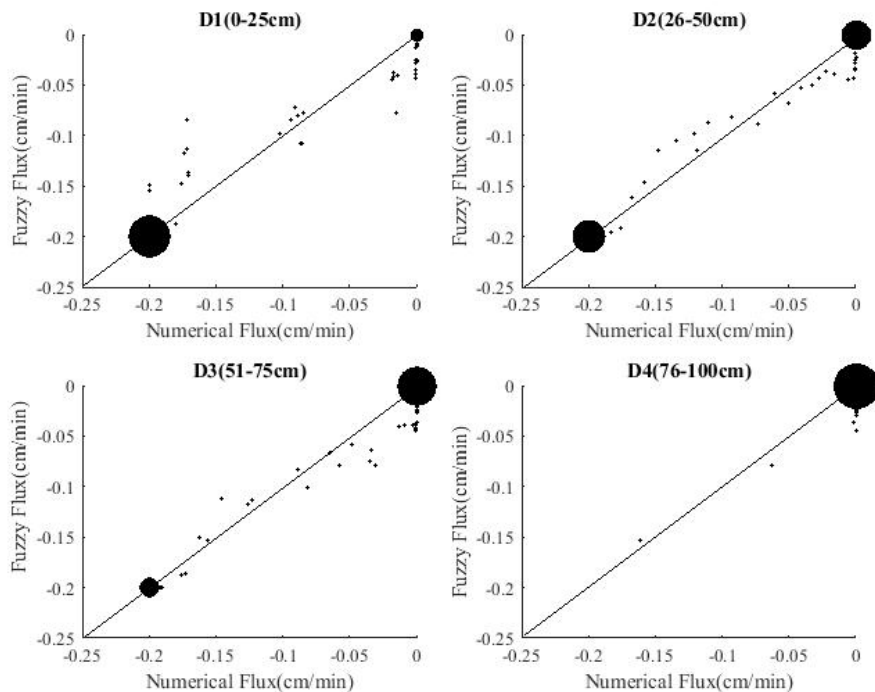
جدول 4- ملاک‌های آماری برای بررسی صحت مدل فازی در برآورد شار در چارک‌های زمانی و مکانی مختلف

سناریو مورد بررسی	ME(cm/min)	MAE(cm/min)	RMSE(cm/min)	NRMSE
D1	0/087	0/00016	0/0085	4/25
D2	0/042	0/0006	0/0051	2/55
D3	0/048	0/0013	0/007	3/51
D4	0/044	0/00036	0/0033	2/15
T1	0/087	0/00015	0/0088	4/4
T2	0/034	0/0003	0/0042	2/1
T3	0/048	0/0007	0/0052	2/59
T4	0/044	0/0012	0/0064	3/22
D1T1	0/087	0/0004	0/0094	4/72
D1T2	0/048	0/0004	0/0038	1/9
D2T1	0/00005	0/00003	0/00003	0
D2T2	0/044	0/0015	0/0074	3/68
میانگین	0/086	0/0006	0/0063	3/137

که باعث ایجاد اختلاف بیشتر بین نتایج حل عددی و مدل فازی شده است. بنابراین مشخص شد که دقت مدل فازی در شبیه‌سازی فاز پیشروی ضعیف‌تر است که با توجه به تغییرپذیری شدید پارامترهای هیدرولیکی در جبهه‌ی رطوبتی در این فاز امری طبیعی به نظر می‌رسد. این تغییرپذیری در آبیاری نیز توسط مبارک و همکاران (2009) گزارش شده است. نامبردگان نشان دادند که پارامترهای هیدرولیکی خاک در اولین آبیاری در بخش جبهه رطوبتی تغییرپذیری بالایی دارد که تغییرات هدایت هیدرولیکی از دیگر پارامترها شدیدتر گزارش شده است.

در سناریوهای چارک‌های زمانی، نظم خاصی در تغییرات ملاک‌های آماری به دست نیامد. علت این امر اهمیت گام مکانی در نتایج مدل است، به دلیل این که در بررسی چارک زمانی تمام داده‌های مربوط گام‌های مکانی با هم ترکیب شده است، تغییرات منظمی در دقت پیش بینی به وجود نیامد.

در بررسی شرایط ترکیبی زمانی و مکانی مقدار خطای مربوط به نیمه اول مکان و زمان (D1T1) از دیگر موارد بیشتر است. علت این امر هم واقع شدن درصد بیشتری از جبهه رطوبتی در این بازه زمانی و مکانی است



شکل 2- مقادیر شار بین دو سلول مجاور (فاصله یک سانتی متر) خاک با استفاده از مدل فازی و مدل عددی در چارک‌های مکانی

معادله ریچاردز، انجام شد. در تولید مجموعه‌های آموزشی از مقادیر پارامترهای هیدرولیکی واقعی استفاده شد تا کاربرد مدل را عملی‌تر کند. دستورات فازی برای گستره وسیعی از خاک‌ها (شامل رس، لوم و شن) استخراج گردید تا استفاده از مدل فازی برای خاک‌های با بافت مختلف را ممکن کند.

بررسی‌های آماری نشان داد که دقت مدل فازی در پیش‌بینی میزان شار و رطوبت در خاک‌رخ برای سه بافت خاک لوم، شن و سیلت، قابل قبول می‌باشد و مقدار NRMSE برای شبیه‌سازی رطوبت در بهترین حالت 3/54 (خاک لوم) و در بدترین حالت 4/1 (خاک شن) درصد بدست آمد. مقدار رطوبت در گام زمانی  $t+\Delta t$  با داشتن شار بین دو سلول و به کار بردن معادله پیوستگی قابل محاسبه خواهد بود. به دلیل تکراری بودن فرآیند محاسبه رطوبت‌ها در هر گام زمانی و احتمال افزایش خطای تجمعی، موازنه جرمی در دل مدل فازی نیز انجام شد که نتایج نشان از بهبود عملکرد مدل فازی با اعمال موازنه جرمی داشت.

بررسی کارایی مدل فازی در بعد مکان و زمان نشان داد که بیشترین مقدار NRMSE (4/22 درصد) در چارک اول مکانی (0-25 سانتی‌متری از سطح خاک) رخ داده است و حداقل اختلاف بین مقادیر شبیه‌سازی فازی و

نمودارهای حبابی (Bubbles) رسم شده در شکل 2 پراکندگی داده‌های شبیه‌سازی مدل فازی و داده‌های حل عددی مربوط به چارک‌های مختلف مکانی را نسبت به خط یک به یک نشان می‌دهد. اندازه‌ی هر دایره نشان دهنده تعداد تکرار یا تراکم در یک نقطه خاص است. به عنوان مثال در بخش D1 مشخص است که بیشترین تراکم در چارک اول مکانی مربوط به شدت شار 0/2- سانتی‌متر بر دقیقه می‌باشد که به صورت دقیق در مدل فازی برآورد شده و روی خط یک به یک واقع شده است. در سناریوی D4 بیشترین تراکم مربوط به شار صفر می‌باشد، مقدار شار صفر به این معنی است که جبهه رطوبتی هنوز به این مکان نرسیده است. به طور کلی پراکندگی داده‌ها نسبت به خط یک به یک مناسب بوده و نشان دهنده دقت قابل قبول مدل فازی در شبیه‌سازی شار در خاک است.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل قاعده بنیاد فازی برای نفوذ آب در خاک غیر اشباع ارائه شد. مدل فازی قادر به شبیه‌سازی میزان شار بین سلول‌های خاک و مقدار رطوبت در هر گام زمانی و مکانی دلخواه برای هر بافت خاک می‌باشد. آموزش قواعد در مدل فازی بر اساس مجموعه‌های بزرگ آموزشی تولید شده از حل عددی

مدل‌های عددی پیشنهاد نمی‌شود و صرفاً به عنوان ابزار جانبی در شرایطی که مدل‌های عددی با دشواری مواجه می‌شوند و یا شرایطی که بررسی عدم قطعیت پارامترهای خاک اهمیت پیدا می‌کند، کارآمد خواهند بود. معادله ریچاردز جریان آب در خاک را با جزئیات کامل و بر اساس قواعد مشخص فیزیکی بررسی می‌کند در حالی که مدل فازی در مقابل آن، جریان آب در خاک را بدون پرداختن به جزئیات و با فرض پارامترهای غیر دقیق (وجود عدم قطعیت) بررسی می‌کند. در شرایط بررسی جریان آب در خاک در مقیاس‌های بزرگ، ارائه جزئیات ضروری نمی‌باشد و صرفاً محاسبه میزان جریان، محل جبهه رطوبتی و تغییرات کلی رطوبت در خاک با در نظر گرفتن تغییرپذیری در پارامترهای خاک کفایت می‌کند که کاربرد مدل فازی در این شرایط مفید می‌باشد.

عددی در چارک چهارم مکانی (75-100 سانتی‌متری از سطح خاک) بوده است (مقدار NRMSE برابر با 2/15) که نشان دهنده حداقل کارایی مدل فازی در بخش پیشروی است. در سناریوهای چارک‌های زمانی، نظم خاصی در تغییرات ملاک‌های مقایسه به دست نیامد. در بررسی شرایط ترکیبی زمانی و مکانی مقدار خطای مربوط به نیمه اول مکان و زمان (DIT1) از دیگر موارد بیشتر گزارش شد.

به طور کلی مدل قاعده بنیاد فازی به عنوان یک جایگزین ساده برای محاسبات حرکت آب در خاک پیشنهاد می‌شود. مزایای مدل فازی نیاز به تعداد پارامترهای کمتر، زمان اجرای کوتاه‌تر برنامه و امکان بررسی عدم قطعیت پارامترها در دل مدل فازی است. با این وجود مدل فازی به عنوان جایگزین کامل برای

### فهرست منابع

1. خرمی، م و قهرمان، ب. 1396. بررسی عدم قطعیت پارامترهای خاک بر عدم قطعیت پروفیل رطوبتی با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی. تحقیقات منابع آب ایران. شماره 1. بهار 1396. 126-138.
2. خوشنودیزدی، ا و قهرمان، ب. 1383. بررسی روابط بافت خاک و پارامتر مقیاس بندی برای برآورد رطوبت خاک. تحقیقات مهندسی کشاورزی. پاییز 1383.
3. کوره پزان دزفولی، ا. 1386. اصول و تئوری مجموعه‌های فازی و کاربرد آن در مدلسازی مسایل مهندسی آب. انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.
4. Arya, L M. Leij, F J. Van Genuchten, M Th. Shouse, P J. 1999. Scaling parameter to predict the soil water characteristic from particle-size distribution data. Soil Sci. Soc. Am. J. 63:510-519.
5. Bardossy. A., and Disse., M. 1993, Fuzzy rule-based models for infiltration. water resources research. NO2. 373-382.
6. Bardossy. A., Bronster. A, and Merz. B., 1995, 1-,2- and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach, advances in water resources, No. 4, 237-251.
7. Chen, S., Mao, X and Wang, Ch., 2019. A modified green-ampt model and parameter determination for water infiltration in fine-textured soil with coarse interlayer. Water 11(4):787.
8. Farthing, M, W and Ogden, F. L. 2017. Numerical solution of Richards' Equation: A review of advances and challenges. SSSAJ. V81. N 6. 1257-1269.
9. Green , W. H., and G. A. Ampt, Studies of soil physics, 1 , The flow of air and water through soils, J. Agric. Sci., 4, 1-24, 1911.
10. Holtan, H. N., A concept fo infiltration estimates in watershed engineering, publ. U.S. Dep. Agric., ARS 41-51, 25 pp., 1961.
11. Horton, R.E. 1940. An approach towards a physical interpretation of infiltration capacity. Soil Science Society of America Proceedings, 5: 399-417.
12. Kostikov, A.N. 1932. On the dynamics of the coefficient of water-percolation in soils and on the necessity for studying it from a dynamic point of view for purposes of amelioration. Transactions congress international society for soil science, 6th, Moscow, Part A: 17-21.

13. Mubarak, I., Mailhol, J.C., R. Angulo Jaramillo, P. Ruelle, Pierre Boivin, et al. 2009. Temporal variability in soil hydraulic properties under drip irrigation. *Geoderma*, Elsevier, 150, 158-165.
14. Ozkan, I and Turksen, I.B, 2014. Uncertainty and fuzzy decisions, chapter 2. Springer Science, Busines Media Dordrecht.
15. Philip, J. R., The theory of infiltration. *Advances in hudroscience*. Academic Press, New York, NY, USA, 1969.
16. Richards, L. A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous media, physics, I, 318-33.
17. Rinaldy, M., N. Losavio and Flagella. Z. 2003. Evaluation of OILCROP-SUN model for sunflower in southern italy. *Agricultural Systems*. 78: 17-30.
18. Sadeghi M., Ghahraman B., Ziaei A.N., Davary K., and Reichardt K. 2012b. Invariant solutions of Richard's equation for water movement in dissimilar soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 76:1-9.
19. Schulz and Huwe. 1997. Water flow modeling in the unsaturated zone with imprecise parameters using a fuzzy approach. *Journal of Hydrology* 201. 211-229.
20. Schulz, K and Huwe, B .1999. Uncertainty and sensitivity analysis of water transport modelling in a layered soil profile using fuzzy set theory. *Journal of Hydroinformatics*. 01.2.
21. Simunek, J., Van Genuchten, M.Th., and Sejna, M. 2006. The Hydrus software package for simulating the two- and three-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably- saturated media. Technical Manual. PC Progress, Prague, Czech Republic.
22. Subia, S.R. Ingber, M.S. Martinez. 1994. A three -dimensional boundary element method for steady unsaturated quasi-linear flow in poros media. *Water Resources Research*. Volume 30, Issue 7.
23. Tracy.F.T (2011). Analytical and numerical solutions of Richards' equation with discussions on relative hydraulic conductivity, hydraulic conductivity -Issues, determination and applications, Prof. Lakshmanan Elango (Ed.), ISBN: 978-953-307-288-3.
24. Tyler, S W. Wheatcraft, S W. 1989. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 53:987-996.
25. Verma, P, Singh, P. George, K. V. Sing, H. V. Devotta, S. Singh, R.N. 2009. Uncertainty analysis of transport of water and pesticide in an unsaturated layered soil profile using fuzzy set theory. *Applied mathematical modelling* 33. 770-782.
26. Wu, Q and Mencer, O. 2009. Evaluation sampling based hotspot detection. 2009. *Architecture of computing systems- ARCS*. Lecture notes in computer science, vol 5455. Springer, Berlin, Heidelberg.
27. Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy sets, *Inf. Control*, 8, 338-353.

## A Fuzzy Model for Simulation of Water Infiltration into the Soil

**M. Khorami, B. Ghahraman<sup>1</sup>, and K. Davary**

PhD Candidate in Irrigation and Drainage, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran; E-mail: Khorami.ma@gmail.com.

Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran;  
E-mail: bijangh@um.ac.ir.

Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran;  
E-mail: K.davary@um.ac.ir.

Received: July, 2019 and Accepted: November, 2019

### Abstract

Infiltration modeling in unsaturated zone is usually based on the numerical solution of Richards equation. Complexity in numerical solution, disregard of parameter's uncertainties, and difficulty in application of this model at large scale attracted the attention of researchers to other approaches. In this research, a rule-based fuzzy model for infiltration in the soil matrix is presented. The rules were derived from a large generated training sets obtained by numerical solution of Richards equation by using Hydrus model. Forty-nine fuzzy rules based on 7 moisture classes were applied in fuzzy model. Fuzzy rule based model could simulate flux in any time step, and by using continuity equation could calculate moisture in any depth in soil profile. Results showed good accuracy for both flux and moisture predictions for loam, sand, and silt soil textures in any time steps (average NRMSE = 3.84). Model performance had the best result in saturated zone and a poor result for wetting front. Because of duplicate process of calculating moisture in any time step and replacing it as an initial moisture for  $t+\Delta t$  time step, mass balance could prevent cumulative error for the large time steps.

**Keywords:** Unsaturated soil, Richards equation, Hydrus Model.

---

<sup>1</sup> Corresponding author: Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran